

法政大学学術機関リポジトリ  
HOSEI UNIVERSITY REPOSITORY

## 宇宙重力波望遠鏡B-DECIGOの軌道設計

著者	村越 萌
出版者	法政大学大学院理工学研究科
雑誌名	法政大学大学院紀要．理工学・工学研究科編
巻	59
ページ	1-7
発行年	2018-03-31
URL	<a href="http://doi.org/10.15002/00021617">http://doi.org/10.15002/00021617</a>

# 宇宙重力波望遠鏡 B-DECIGO の軌道設計

Orbit design of Space gravitational wave antenna B-DECIGO

村越萌

Moe MURAKOSHI

指導教員 佐藤修一

法政大学大学院理工学研究科システム理工学専攻（創生科学系）修士課程

*DECIGO(DECi-hertz Interferometer Gravitational wave Observatory) is a planned space gravitational wave antenna in japan , which aims to detect gravitational waves in the 0.1-10Hz frequency band. In this paper, orbit design for B-DECIGO, which will be first precursor satellite for DECIGO, is discussed. Tradeoff estimation was performed to suggest suitable orbit for B-DECIGO from the candidates of orbit; heliocentric orbit, geocentric orbit and the orbit around lagrange points.*

**Key Words** : gravitational wave, B-DECIGO, orbit

## 1. 研究背景

重力波とは時空のゆがみが光速で伝搬する現象である。質量が存在する事により周囲に時空のゆがみを作り、その質量が運動することで周囲の時空のゆがみが増減し光速で伝播していく。重力波は 1916 年にアインシュタインが考案した一般相対性理論により導かれた。重力波が検出されることによって一般相対性理論の裏付けや電磁波では得ることのできない宇宙初期の情報を取得できると考えられている。また、重力波も波動現象であることから新たな観測手段となることも期待されている。そのため、様々な国によって重力波を検出する計画が進められており、2015 年にアメリカの LIGO という重力波検出器が重力波直接検出に成功した。

日本で行われている重力波検出の計画にはアメリカの LIGO のように地上で重力波検出を行う KAGRA 計画と宇宙で重力波検出を行う宇宙重力波望遠鏡 DECIGO 計画がある。DECIGO の構成を図 1 に示す。

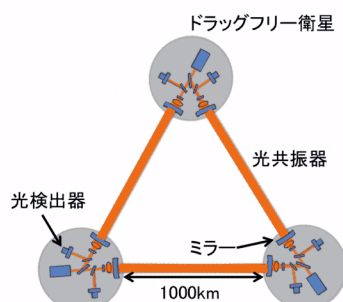


図 1 DECIGO の構成

宇宙重力波望遠鏡 DECIGO (DECi-hertz Interferometer Gravitational wave Observatory) 計画は 3 機の衛星を打ち上げることによって宇宙空間において 0.1~10Hz の周波数帯での検出を目的としている。宇宙重力波望遠鏡 DECIGO 計画において宇宙空間で重力波検出を行うメリットとして、地上から受ける雑音の影響がないため地上の重力波干渉計では観測できない観測帯域での検出が可能となる。重力波検出の方法として、重力波によって自由質点間の固有距離が変化する性質を利用する。DECIGO は 3 機の衛星からなり、その 3 機の衛星により基線長 1000km の干渉計を 3 基構成する。重力波が発生した場合、重力波の性質から衛星間距離に微小な変化が起こり、その変化を干渉計で検出する。宇宙重力波望遠鏡 DECIGO 計画では DECIGO の前に B-DECIGO の打ち上げを予定している。B-DECIGO は DECIGO とほぼ同じ構成をしており、B-DECIGO も 3 機の衛星からなり、この 3 機の衛星により基線長 100km の干渉計を 3 基構成する。B-DECIGO でも重力波の検出を目的として研究が進められている。

## 2. 研究目的

B-DECIGO は重力波による衛星間距離の微小な変化を検出する。そのため、3 機の衛星が常に正三角形を保つフォーメーションフライトが必要とされる。フォーメーションフライトとは複数の宇宙機が一定の形態を保ったまま飛行する技術のことである。これにより、干渉計の基線が一定の長さに保たれることから基線の微小な変化の検出が可能となる。このような衛星間距離の変動を精密に抑えるような軌道設計は今まで行われてこなかった。

実際に軌道設計を行う上でフォーメーションフライト

が成り立つ条件として衛星間の距離の変動を 0.5%以下に抑えることを考える。方法として、衛星間の距離の変動が制御を行わずに 0.5%以下に抑える事が出来る軌道設計が最善である。しかし、衛星間の距離が 0.5%以上変動してしまった場合に制御を行いフォーメーションを保つ方法がある。この方法は制御を行う際に用いるスラスターの制約から制御の力を小さくする必要がある。そのため、制御の力を極力抑えるような軌道設計を行なう。

本研究では太陽周回軌道、地球周回軌道、ラグランジュ点周辺軌道といった3つの軌道案において軌道設計を行う。軌道設計の結果からトレードオフを行いより良い軌道案の提案を目的としている。

### 3. 軌道案

#### (1) 太陽周回

太陽周回は太陽の周りを B-DECIGO が周るよう軌道設計する。太陽周回の概略図を図2に示す。

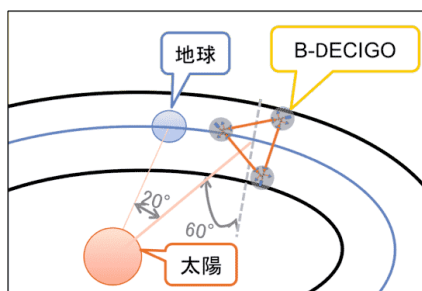


図2 太陽周回

図2に示すよう、太陽を中心とし地球とある程度の距離を保った位置に B-DECIGO を配置する。太陽周回のメリットとして太陽光発電や中心天体（太陽）から B-DECIGO までの距離が 1AU あるので後に出てくる CW ヒル方程式の条件を満たしやすいという点がある。デメリットとして通信距離や観測開始までに時間がかかるという点がある。太陽周回では4章に述べるレコード盤軌道における CW ヒル方程式と S 方程式を用いた軌道設計を行う。

#### (2) 地球周回

地球周回は地球の周りを B-DECIGO が周るよう軌道設計する。地球周回の概略図を図3に示す。

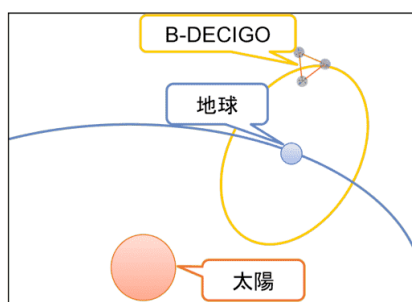


図3 地球周回

地球周回のメリットとして通信距離や観測開始までの

時間が短いという点がある。デメリットとして太陽光発電や中心天体（地球）から B-DECIGO までの距離が後に出てくる CW ヒル方程式の条件を満たしにくいという点があるが、デメリットとしてあげた点は軌道高度によるため軌道設計次第でもある。地球周回では4章で述べるレコード盤軌道における CW ヒル方程式と S 方程式、また太陽同期軌道を用いた軌道設計を行う。

#### (3) ラグランジュ点周辺

ラグランジュ点周辺はラグランジュ点といったポイント周辺において軌道を設計する。ラグランジュ点は回転座標系において質量をもった天体間の重力と遠心力の釣り合った平衡点のことであり、天体における3体問題の解の一つである。ラグランジュ点の概略図を図4に示す。

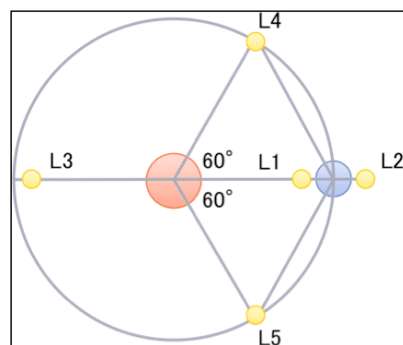


図4 ラグランジュ点

図7に示すよう、ラグランジュ点は5つ(L1~L5)ある。このポイントにある物体は2体と相対位置変えることなく周期運動をすることができる。ラグランジュ点周辺では4章で述べる3体問題を用いて L1, L2, L4 点周辺において軌道設計を行う。

### 4. 軌道設計

#### (1) レコード盤軌道

レコード盤軌道とは面内相対運動(x-y平面)が1:2の楕円運動、面外相対運動(z軸)に $\sqrt{3}$ の単振動となるように設定することでx-y平面から60°傾いた半径2の相対円軌道を設計できる。図5にレコード盤軌道の概略図を示す。

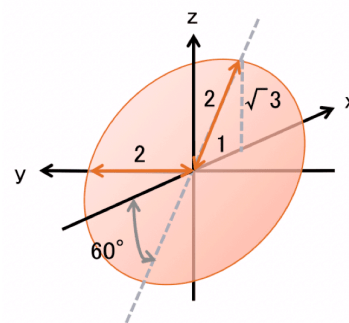


図5 レコード盤軌道

この軌道は中心の基準点から人工衛星の距離に関わら

ず同じ周期で基準点の周りを運動する．そのため本研究で求められる B-DECIGO の 3 機の衛星が常に正三角形を保つフォーメーションフライトするという要求に適した軌道設計の方法だと考えられる．

#### a) CW ヒル方程式

CW ヒル方程式とは 2 体問題を基本とし，軌道上を周回する非常に接近した衛星間に生じる運動方程式である．この CW ヒル方程式にレコード盤軌道となる条件を用いることで軌道設計を行う．導出した CW ヒル方程式を以下に示す．ここで  $n$  は平均運動  $n = \sqrt{\frac{\mu}{R_t^3}}$  とする．

$$\begin{cases} f_x = \ddot{x} - 2n\dot{y} - 3n^2x \\ f_y = \ddot{y} + 2n\dot{x} \\ f_z = \ddot{z} + n^2z \end{cases}$$

以上の求めた CW ヒル方程式に初期値を入れることで軌道設計を行う．初期値を決定するため CW ヒル方程式解析解を求める必要がある．CW ヒル方程式の解析解を以下に示す．ここで  $x_0, y_0, z_0$  はそれぞれの初期条件とする．

$$\begin{cases} x = x_0(4 - 3\cos nt) + \frac{1}{n}\dot{x}_0 \sin nt + \frac{2}{n}\dot{y}_0(1 - \cos nt) \\ y = 6x_0(\sin nt - nt) + y_0 \\ \quad - \frac{2}{n}\dot{x}_0(1 - \cos nt) + \dot{y}_0\left(\frac{4}{n}\sin nt - st\right) \\ z = z_0 \cos nt + \frac{1}{n}\dot{z}_0 \sin nt \end{cases}$$

以上で求めた CW ヒル方程式の解析解とレコード盤軌道となる条件から初期値（時刻  $t=0$  における位置と速度）

は  $x_0 = \sqrt{3}z_0, \dot{y}_0 = -2nx_0$  を満たすように決定する．CW ヒル

方程式は様々な仮定をして導かれた方程式であるため，CW ヒル方程式を用いた軌道設計では理想的な軌道設計が行える．また，CW ヒル方程式では摂動による影響はないものとして軌道設計を行うが実際には摂動による力が加わるため，この軌道設計の方法では摂動による力をキャンセルする必要がある．

#### b) S 方程式

CW ヒル方程式を用いて設計された軌道は理想的ではあるが，様々な条件を仮定している．ここでは仮定している条件の 1 つである，基準点と衛星間の距離  $r$  が地球と基準点間の距離  $R_t$  よりも非常に小さいとした仮定をせずに厳

密に方程式の導出を行う．

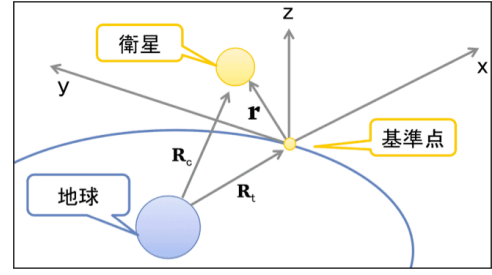


図6 CW ヒル方程式の導出

CW ヒル方程式導出の際に図 6 に示す場合を考えた時，

基準点と衛星間の距離  $r$  が中心天体と基準点間の距離  $R_t$

よりも非常に小さいとした近似を用いる．この近似を用いずに CW ヒル方程式を厳密に導いた方程式を S 方程式と呼ぶこととする．導出した S 方程式を以下に示す．

$$\begin{cases} f_x = \ddot{x} - 2n\dot{y} + n^2 \left[ -x - R_t + (R_t + x) \left\{ 1 + \frac{2xR_t}{R_t^2} + \left( \frac{r}{R_t} \right)^2 \right\}^{\frac{3}{2}} \right] \\ f_y = \ddot{y} + 2n\dot{x} + n^2 \left[ -y + y \left\{ 1 + \frac{2xR_t}{R_t^2} + \left( \frac{r}{R_t} \right)^2 \right\}^{\frac{3}{2}} \right] \\ f_z = \ddot{z} + n^2 z \left\{ 1 + \frac{2xR_t}{R_t^2} + \left( \frac{r}{R_t} \right)^2 \right\}^{\frac{3}{2}} \end{cases}$$

以上の求めた S 方程式に CW ヒル方程式の解析解とレコード盤軌道の条件から決定した初期値を入れることで軌道設計を行う．S 方程式は CW ヒル方程式と比べ，近似を用いずに導いていることからより現実的な軌道設計が行える．また，S 方程式でも摂動による影響はないものとして軌道設計を行うが実際には摂動による力が加わるため，この軌道設計の方法では摂動による力を実際の軌道上でキャンセルする必要がある．

#### (2) 太陽同期軌道

太陽同期軌道は地球を球ではなく回転楕円体として考えることで，今まで地球を球としていた 2 体問題に地球の扁平による摂動を利用した軌道である．この地球の扁平による摂動を利用することで，地球の周りを回る人工衛星の軌道面の周期と地球の公転周期が等しくなる．これにより，人工衛星の軌道面が常に太陽方向に向けられる軌道となる．このことから，太陽同期軌道は太陽光発電に利点があることが考えられる．太陽同期軌道の軌道設計に用いる方程式を以下に示す．

$$\begin{cases} f_x = -\frac{\mu_e}{r^3}x + \frac{15\mu_e J_2 R_e^2 z^2}{2r^7}x - \frac{3\mu_e J_2 R_e^2}{2r^5}x \\ f_y = -\frac{\mu_e}{r^3}y + \frac{15\mu_e J_2 R_e^2 z^2}{2r^7}y - \frac{3\mu_e J_2 R_e^2}{2r^5}y \\ f_z = -\frac{\mu_e}{r^3}z + \frac{15\mu_e J_2 R_e^2}{2r^7}z^3 - \frac{9\mu_e J_2 R_e^2}{2r^5}x \end{cases}$$

以上の求めた方程式に CW ヒル方程式を用いた軌道設計の時同様に、CW ヒル方程式の解析解とレコード盤軌道の条件から決定した初期値を入れることで軌道設計を行う。

### (3) 3体問題

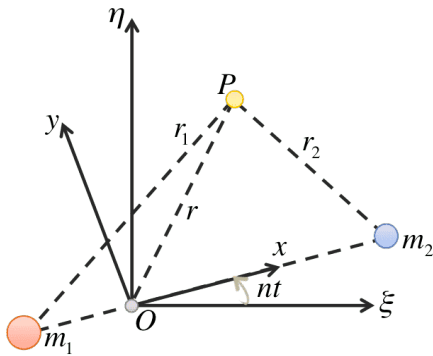


図7 3体問題の座標

3体問題では質量が無視できるほど小さい物体が、質量を持つ2つの物体からの重力により運動する場合を考える。中心天体と人工衛星に加え、もう1つ天体を含めた円制限3体問題の運動について図7の回転座標系 $(x, y, z)$ をもとに導出した運動方程式を以下に示す。

$$\begin{cases} f_x = -G \left\{ \frac{m_1}{r_1^3} (x - x_1) + \frac{m_2}{r_2^3} (x - x_2) \right\} + 2n\dot{y} + n^2 x \\ f_y = -G \left( \frac{m_1}{r_1^3} + \frac{m_2}{r_2^3} \right) y - 2n\dot{x} + n^2 y \\ f_z = -G \left( \frac{m_1}{r_1^3} + \frac{m_2}{r_2^3} \right) z \end{cases}$$

以上で求めた3体問題の方程式に、3体問題の解の1つである値を入れることで、小さい物体は相対的にその場に留まるような設計ができる。

## 5. 結果

ここでは B-DECIGO の要求である衛星間距離の変動0.5%以下を満たしているかに注目する。そのため B-DECIGO の3機の衛星をそれぞれ1, 2, 3として衛星間距離を求めた。

### (1) 太陽周回

太陽周回の軌道案において、CW ヒル方程式を用いた軌道設計、S方程式を用いた軌道設計を行った。

#### a) CW ヒル方程式

CW ヒル方程式を用いて軌道設計を行った結果を横軸に時間、縦軸に衛星間距離の変動として図8に示す。

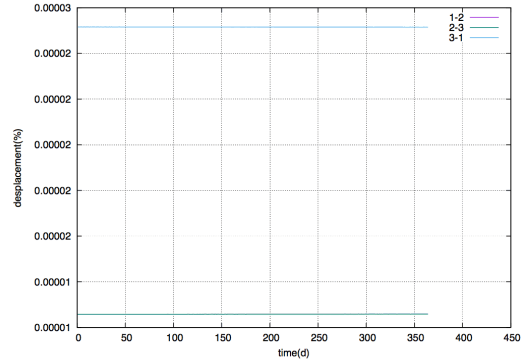


図8 衛星間距離の変動の結果  
(CW ヒル方程式)

図8より CW ヒル方程式を用いた軌道設計では衛星間距離の変動が0.5%以下であることが分かる。ただし、前述の通り CW ヒル方程式は理想的な軌道となるような仮定が含まれている。

#### b) S方程式

S方程式を用いて軌道設計を行った結果を横軸に時間、縦軸に衛星間距離の変動として図9に示す。

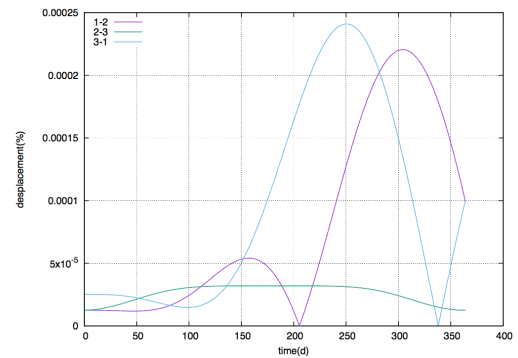


図9 衛星間距離の変動の結果  
(S方程式)

図9より S方程式を用いた軌道設計では衛星間距離の変動が0.5%以下であることが分かる。

S方程式はCW ヒル方程式で仮定していた条件を用いずに導出した方程式であるので、より現実的な軌道が計算できていると考えられる。そのためS方程式における軌道設計の結果から太陽周回においてはレコード盤軌道の軌道設計が要求を満たすことが確認できた。しかし、レコード

盤軌道を考える上で様々な力を無視して考えているため、この軌道案を利用するには無視している受ける力をキャンセルすることが必要である。

## (2) 地球周回

地球周回の軌道案において、CW ヒル方程式を用いた軌道設計、S 方程式を用いた軌道設計、太陽同期軌道を用いた軌道設計を行った。CW ヒル方程式と S 方程式を用いた軌道設計では軌道高度 2000km と 36000km で計算を行った。

### a) CW ヒル方程式

CW ヒル方程式を用いて軌道設計を行った結果を横軸に時間、縦軸に衛星間距離の変動として図 1 0、図 1 1 に示す。

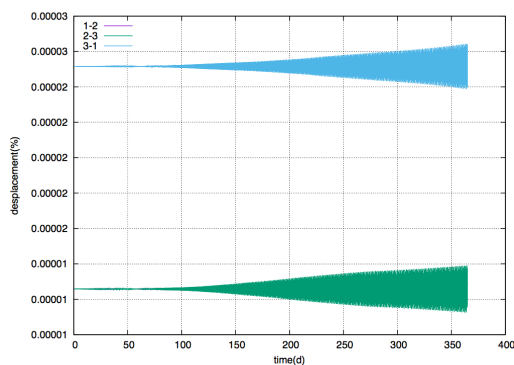


図 1 0 衛星間距離の変動の結果  
(CW ヒル方程式 軌道高度 2000km)

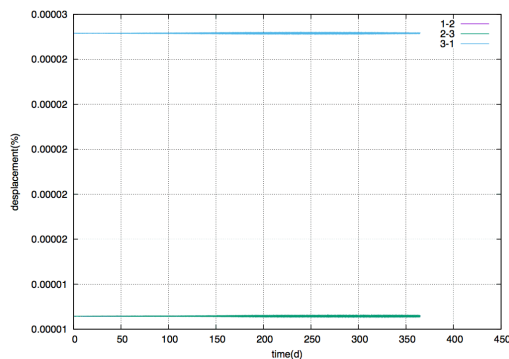


図 1 1 衛星間距離の変動の結果  
(CW ヒル方程式 軌道高度 36000km)

図 1 0、図 1 1 より CW ヒル方程式を用いた軌道設計では軌道高度 2000km、36000km どちらも衛星間距離の変動が 0.5%以下であることが分かる。ただし、CW ヒル方程式は理想的な軌道となるような仮定が含まれている。

### b) S 方程式

S 方程式を用いて軌道設計を行った結果を横軸に時間、縦軸に衛星間距離の変動として図 1 2、図 1 3 に示す。

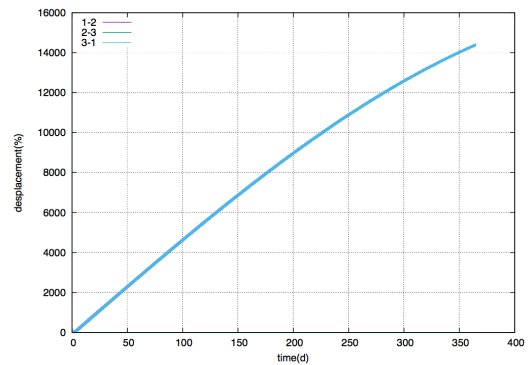


図 1 2 衛星間距離の変動の結果  
(S 方程式 軌道高度 2000km)

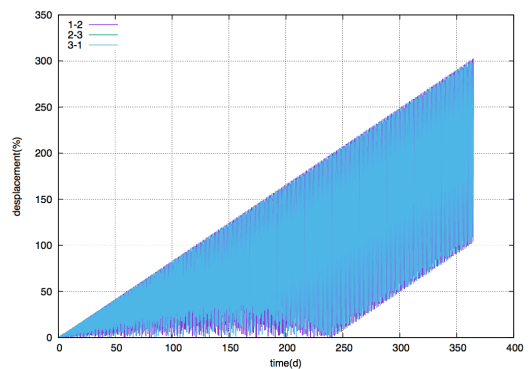


図 1 3 衛星間距離の変動の結果  
(S 方程式 軌道高度 36000km)

図 1 2、図 1 3 より S 方程式を用いた軌道設計では軌道高度 2000km、36000km どちらも衛星間距離の変動が 0.5%以下の要求を満たさないことが分かる。

ここで、衛星間距離の変動が要求を満たすよう 1 つ目の方法として初速度調節を行った。初速度調節を行い S 方程式を用いて軌道設計を行なった結果を図 1 4、図 1 5 に示す。

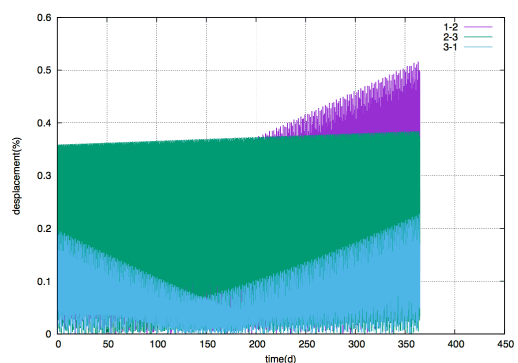


図 1 4 初速度調節を行った衛星間距離の変動の結果  
(S 方程式 軌道高度 2000km)



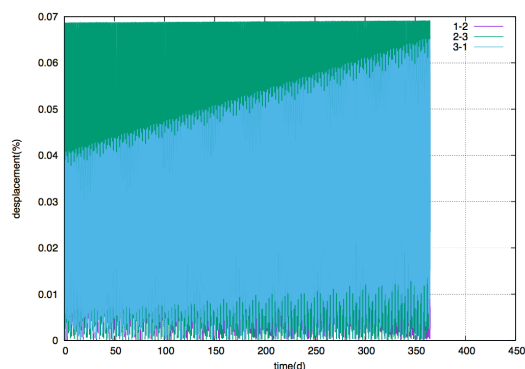


図 1 5 初速度調節を行った衛星間距離の変動の結果  
(S 方程式 軌道高度 36000km)

図 1 4, 図 1 5 より初速度調節を行い S 方程式を用いて軌道設計を行なった結果, 軌道高度 2000km ではほぼ 0.5% 以下に, 軌道高度 36000km では 0.5%以下に抑えることができた。

2 つ目の方法として制御を行い衛星間距離を保つ方法を考える。この方法では S 方程式を用いて軌道設計した軌道を, CW ヒル方程式を用いて軌道設計した理想的な軌道から変動している分を 1 秒後に戻すために必要となる制御加速度の値を求めた。必要となる制御加速度は軌道高度 2000km で  $3.79 \times 10^{-4} [m/s^2]$ , 軌道高度 36000km で  $0.00 [m/s^2]$  であった。

以上の結果から地球周回においてレコード盤軌道は初速度調節を行うか, 制御を行わないと要求を満たさないことが確認できた。また, 太陽周回するとき同様レコード盤軌道を考える上で様々な力を無視して考えているため, この軌道案を利用するには無視している受ける力をキャンセルすることが必要である。

### c) 太陽同期軌道

太陽同期軌道を用いて軌道設計した結果を横軸に時間, 縦軸に衛星間距離の変動として図 1 6 に示す。

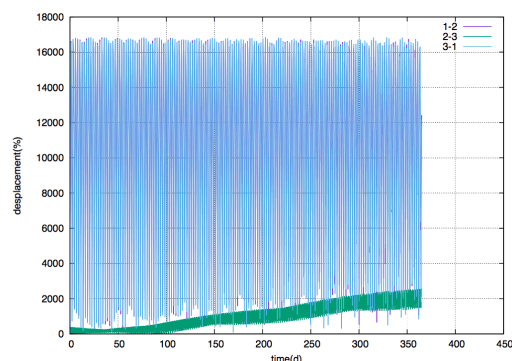


図 1 6 衛星間距離の変動の結果  
(太陽同期軌道)

図 1 6 より太陽同期軌道を用いた軌道設計では衛星間距

離の変動が 0.5%以下の要求を満たさないことが分かる。

ここで, 衛星間距離の変動が要求を満たすよう初速度調節を行った。初速度調節を行い太陽同期軌道を用いて軌道設計を行なった結果を図 1 7 に示す

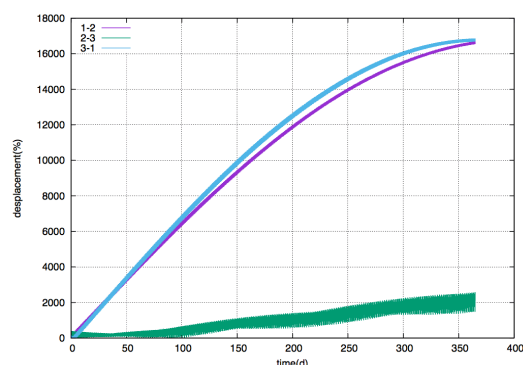


図 1 7 初速度調節を行った衛星間距離の変動の結果  
(太陽同期軌道)

図 1 7 より初速度調節を行い太陽同期軌道を用いて軌道設計した結果, 衛星間距離の変動が 0.5%以下の要求を満たさないことが分かる。

以上の結果から地球周回において太陽同期軌道を用いた軌道設計は要求を満たさないことが確認できた。

### (3) ラグランジュ点周辺

ラグランジュ点周辺の軌道案において, 3 体問題の方程式を用いて L1 点, L2 点, L4 点周辺に B-DECIGO の 3 機を配置するような軌道設計を行った。

L1 点と L4 点はそれぞれの点を中心として 3 機を配置し, L2 点は地球に隠れない位置に 3 機を配置した時の軌道設計の結果を横軸に時間, 縦軸に衛星間距離の変動として図 1 8, 図 1 9 に示す。

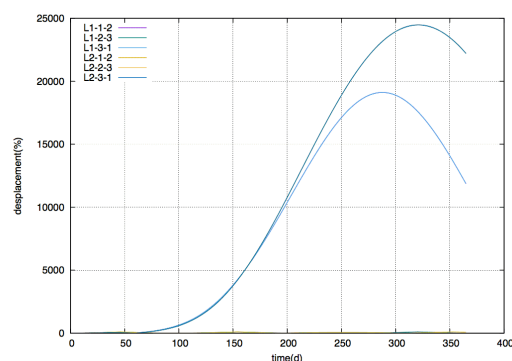


図 1 8 衛星間距離の変動の結果  
(ラグランジュ点 L1 点, L2 点)

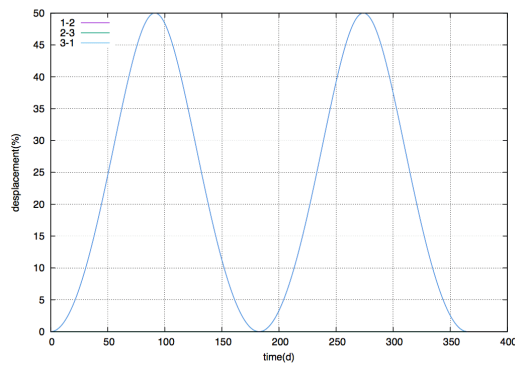


図 1.9 衛星間距離の変動の結果  
(ラグランジュ点 L4 点)

図 1.8, 図 1.9 より 3 体問題の方程式を用いて L1 点, L2 点, L4 点周辺に B-DECIGO の 3 機を配置するような軌道設計を行った結果, 衛星間距離の変動が 0.5%以下の要求を満たさないことが分かる。ラグランジュ点周辺に 3 機の衛星を配置していることから, ラグランジュ点から移動している分だけ加速度が存在する。そのため, その加速度を逆に与えることでその場に留めておく方法<sup>4)</sup>を用いる。それぞれ, その場に留めておくために必要な制御加速度は L1 点周辺では約  $2.25 \times 10^{-6} [m/s^2]$ , L2 点周辺では約  $2.33 \times 10^{-6} [m/s^2]$ , L4 点周辺では約  $6.14 \times 10^{-14} [m/s^2]$  であった。

以上の結果からラグランジュ点周辺において L1 点を中心に 3 機の衛星を配置, L2 点周辺に地球に隠れない位置に配置, L4 点を中心に 3 機の衛星を配置した場合では制御を行わないと要求を満たさないことが確認できた。

## 6. まとめと今後の展望

太陽周回の軌道案においては現実的な軌道設計が行える S 方程式を用いた軌道設計で 0.5%以下という要求を満たすことができた。

地球周回の軌道案においては現実的な軌道設計が行える S 方程式を用いた軌道設計で初速度調節を行うか, 制御を行う方法を用いることで 0.5%以下という要求を満たすことができた。また, 太陽同期軌道を用いた軌道設計では 0.5%以下という要求を満たすことができないことが確認できた。

ラグランジュ点周辺の軌道案においては 3 体問題の方程式を用いた L1 点, L2 点, L4 点周辺の軌道設計では制御を行う方法を用いることで 0.5%以下という要求を満たすことができた。

また, 以上の結果に加えて通信や燃料のことをふまえてトレードオフを行なう。さらに太陽同期軌道では制御を行い 0.5%の要求を満たす方法を行っていないため, その方法を考えていく必要がある。

**謝辞:** 本研究をするにあたり, ご支援・ご協力頂いた全ての方々に深く感謝いたします。

## 参考文献

- 1) 室津義定: 機械システム入門シリーズ 3 宇宙工学の基礎 1 宇宙航行力学, 共立出版, 1993
- 2) 松永三郎: 宇宙工学基礎, 講義資料
- 3) C.D.MURRAY AND S.F.DERMOTT: SOLAR SYSTEM DYNAMICS
- 4) Mutuko Y.Morimoto, Hiroshi Yamakawa, Kuninori Uesugi: Artificial Equilibrium Points in the Low-Thrust Restricted Three-Body Problem